

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)

Dott. Giovanni Masala – 14 febbraio 2017



Domanda 1 (punti 2).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\log(x^2 - 3)}{\sqrt{x^2 - 16}} \cdot e^{\frac{1}{x^2 - 25}}$$

Dominio	$E = (-\infty, -4) \cup (4, +\infty) / \{\pm 5\}$
Positività	$P = E$
Intersezioni	<i>Nessuna</i>

Domanda 2 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \log(x^2 + 1) - \frac{5x^2}{x^2 + 1}$

Derivata prima	$f' = \frac{2x \cdot (x^2 - 4)}{(x^2 + 1)^2} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$m(\pm 2; \log 5 - 4) \quad M(0; 0)$ cresce in $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = x \cdot \log(1 - x^2)$

Derivata prima	$f' = \frac{2x^2}{x^2 - 1} + \log(1 - x^2) \quad E = (-1, 1)$
Derivata seconda	$f'' = \frac{2x \cdot (x^2 - 3)}{(1 - x^2)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F(0; 0) \quad$ convessa in $(-1, 0)$

Domanda 4 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{3x^5 - 4x^3 + 6x - 7}{(x^2 - 4) \cdot (x^2 - 8x + 15)}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-2, 2, 3, 5\}$
As. verticali	$x = 2, x = -2, x = 3, x = 5$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3x + 24$

Domande teoriche

- 1) Definizione e proprietà delle funzioni continue (punti 4)
- 2) Forme indeterminate e teorema di De L'Hospital (punti 3)
- 3) La definizione di limite nel caso c e l finiti (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_1^2 \frac{x-4}{\sqrt{x+2}} dx \quad \text{e} \quad \int \frac{\log x}{x^4} dx$$

Integrale definito	primitiva: $-2x + \frac{2}{3}\sqrt{x^3}$ $\frac{4}{3}(\sqrt{2}-2) \approx -0,78$
Integrale indefinito	$-\frac{1+3\log x}{9x^3} + c$

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x - y + 3z = k \\ 3x + k \cdot y + z = 3 \\ x + k \cdot y + 2z = 4 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -5; -1$: incompatibile $k \neq -5; -1$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{k^2 - 3k + 2}{k^2 + 6k + 5}; y = \frac{-3k + 27}{k^2 + 6k + 5}; z = \frac{3k^2 + 9}{k^2 + 6k + 5}$

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = x \cdot (3x - y + 4) + y \cdot (3x + 2y - 2) + 6$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 4x + 4y = 12$

Derivate parziali	$f_x = 6x + 2y + 4 \quad f_y = 2x + 4y - 2$
Estremi liberi	$m(-1; 1) \quad z = 3 \quad H = 20$
Estremi vincolati	$m(0; 3) \quad \lambda = \frac{5}{2} \quad z = 18$ $H = -96$

Domande teoriche.

- 4) Il teorema di Barrow-Torricelli e le sue conseguenze (punti 4)
- 5) Condizione affinché un sistema lineare sia indeterminato e metodo risolutivo (punti 3)
- 6) Definizione di rapporto incrementale parziale e derivate parziali (punti 3)

Domande teoriche: 4, 5, 6 per la II parte; 2, 3, 4 per la prova completa.
 Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con *.